Paskāla trīsstūris

**Условие**

Встречается ли в треугольнике Паскаля число 1999?

**Ответ**

Встречается. Например,  http://problems.ru/show_document.php?id=1707731

**Условие**

Во сколько раз сумма чисел, стоящих в сто первой строке треугольника Паскаля, больше суммы чисел, стоящих в сотой строке?

**Решение 1**

Пусть в 100-й строке стоят числа  *c*0, *c*1, ..., *c*100.  Тогда в 101-й строке стоят числа  *c*0,  *c*0 + *c*1,  *c*1 + *c*2,  ...,  *c*99 + *c*100,  *c*100;  их сумма равна  2*c*0 + 2*c*1 + ... + 2*c*100.

**Решение 2**

Сумма чисел в строке равна количеству путей, ведущих из вершины *O* треугольника Паскаля к "точкам" этой строки (см. задачу [30710](http://problems.ru/view_problem_details_new.php?id=30710)). Но из каждой точки 100-й строки ведут два пути к точкам 101-й строки. Поэтому общее количество путей удваивается.

**Ответ**

В два раза.

### Условие

Вычислите суммы:

   a)   http://problems.ru/show_document.php?id=1707764

   б)   http://problems.ru/show_document.php?id=1707765

   в)   http://problems.ru/show_document.php?id=1707766

### Решение

Каждую сумму можно представить как разложение бинома:   
а) (1 + 2)5;  б) (1 – 1)*n*;  в) (1 + 1)*n*.

### Ответ

а) 35;  б) 0;  в) 2*n*.

### Условие

Найдите *m* и *n* зная, что   http://problems.ru/show_document.php?id=1707852

### Решение

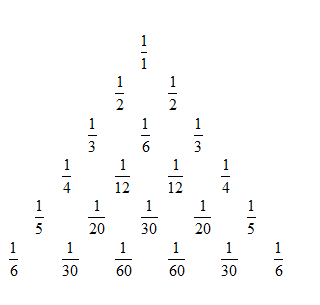
Из условия видно, что   http://problems.ru/show_document.php?id=1707853   следовательно,  *m* + 1 = *n* + 1 – *m*,  то есть  *n* = 2*m*.

Кроме того,   http://problems.ru/show_document.php?id=1707854   значит,  *m* = 3.

### Ответ

*m* = 3,  *n* = 6.

### Условие



Здесь изображен фрагмент таблицы, которая называется *треугольником Лейбница*. Его свойства "аналогичны в смысле противоположности" свойствам треугольника Паскаля. Числа на границе треугольника обратны последовательным натуральным числам. Каждое число внутри равно сумме двух чисел, стоящих под ним. Найдите формулу, которая связывает числа из треугольников Паскаля и Лейбница.

### Решение

Знаменатели чисел, расположенных в рядах гармонического треугольника, пропорциональны элементам треугольника Паскаля , причем коэффициентами пропорциональности служат граничные члены. Там, где в треугольнике Паскаля стоит число *C*nk, в треугольнике Лейбница находится $ {\dfrac{1}{(n+1)C_n^k}}$. Рекуррентная формула

$\displaystyle {\frac{1}{(n+1)C_n^{k-1}}}$ + $\displaystyle {\frac{1}{(n+1)C_n^{k}}}$ = $\displaystyle {\frac{1}{n\cdot
C_{n-1}^{k-1}}}$

проверяется непосредственным вычислением.

### Условие

Докажите, что если *p* – простое число и  1 ≤ *k* ≤ *p* – 1,  то   http://problems.ru/show_document.php?id=617103   делится на *p*.

### Решение

http://problems.ru/show_document.php?id=617104   Если  0 < *k* < *p*,  то  (*k*!(*p* – *k*)!, *p*) = 1,  поэтому число *p* в числителе сократиться не может.